

4-2

解一元一次不等式及其應用

1. 解一元一次不等式

1. 若 $x+a>0$ ，則 $x>-a$ 。

2. 若 $x-b>0$ ，則 $x>b$ 。

3. 若 $a>0$ ， $ax>b$ ，則 $x>\frac{b}{a}$ 。

4. 若 $a<0$ ， $ax>b$ ，則 $x<\frac{b}{a}$ 。

1 類題

配合課本 P155
隨堂練習

不等式的加減運算性質

配合課本 P155
隨堂練習

熟練

填入適當的不等號：

$$x-2 < 5$$

$$x-2+2 < 5+2$$

$$\text{即 } x < 7$$

填入適當的不等號：

$$x+6 > 11$$

$$x+6-6 > 11-6$$

$$\text{即 } x > 5$$

2 類題

配合課本 P156
例題 1

利用移項法則解不等式

配合課本 P156
隨堂練習

熟練

利用移項法則解下列各不等式：

(1) $x+3<-4$

(2) $x-4\geq 12$

解

(1) $x+3<-4$

$$x<-4-3$$

$$x<-7$$

(2) $x-4\geq 12$

$$x\geq 12+4$$

$$x\geq 16$$

利用移項法則解下列各不等式：

(1) $x+5>-7$

(2) $x-2\leq -6$

解

(1) $x+5>-7$

$$x>-7-5$$

$$x>-12$$

(2) $x-2\leq -6$

$$x\leq -6+2$$

$$x\leq -4$$

3 類題

配合課本 P157
隨堂練習

同乘或除以一個正數

配合課本 P157
隨堂練習

熟練

在下列各小題中填入適當的不等號：

(1) $3x>-12$

$$x > -4$$

(2) $\frac{1}{5}x<6$

$$x < 30$$

在下列各小題中填入適當的不等號：

(1) $2x<10$

$$x < 5$$

(2) $\frac{1}{3}x>-9$

$$x > -27$$

4類題

配合課本 P158
隨堂練習

同乘或除以一個負數

配合課本 P158
隨堂練習

熟練

在下列各小題中填入適當的不等號：

(1) $-3x > -12$
 x < 4

(2) $-\frac{1}{5}x < 6$
 x > -30

在下列各小題中填入適當的不等號：

(1) $-2x < 10$
 x > -5

(2) $-\frac{1}{3}x > -9$
 x < 27

5類題

配合課本 P159
例題 2

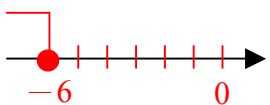
同乘或除以正數解不等式

配合課本 P159
隨堂練習

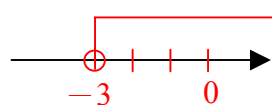
熟練

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1) $\frac{1}{2}x \leq -3$



(2) $4x > -12$

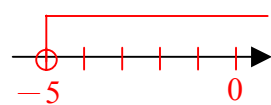


解

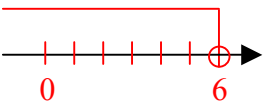
(1) $x \leq -6$
(2) $x > -3$

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1) $\frac{1}{5}x > -1$



(2) $6x < 36$



解

(1) $x > -5$
(2) $x < 6$

6類題

配合課本 P160
例題 3

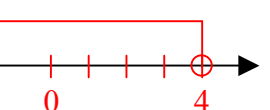
同乘、除以負數解不等式

配合課本 P160
隨堂練習

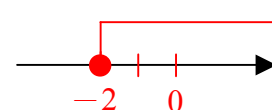
熟練

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1) $-\frac{1}{2}x > -2$



(2) $-3x \leq 6$

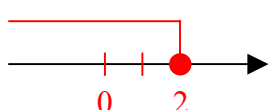


解

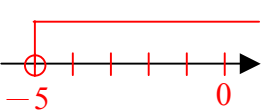
(1) $x < 4$
(2) $x \geq -2$

解下列各不等式，並在數線上圖示其解：

(1) $-\frac{1}{4}x \geq -\frac{1}{2}$



(2) $-5x < 25$



解

(1) $x \leq 2$
(2) $x > -5$

7類題

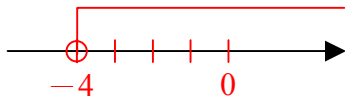
配合課本 P161
例題 4

等量運算與移項法則

配合課本 P161
隨堂練習

熟練

解不等式 $6x+2>4x-6$ ，並在數線上圖示其解。



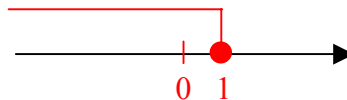
解

$$6x-4x > -6-2$$

$$2x > -8$$

$$x > -4$$

解不等式 $7x+1\leq 3x+5$ ，並在數線上圖示其解。



解

$$7x-3x \leq 5-1$$

$$4x \leq 4$$

$$x \leq 1$$

8類題

配合課本 P162
例題 5

同乘或除以負數解不等式

配合課本 P162
隨堂練習

熟練

解下列各不等式：

(1) $2x+5\geq 5x+3$

(2) $\frac{1}{4}x-1>10+\frac{1}{2}x$

解

(1) $2x+5\geq 5x+3$

$$2x-5x\geq 3-5$$

$$-3x\geq -2$$

$$x\leq \frac{2}{3}$$

(2) $\frac{1}{4}x-1>10+\frac{1}{2}x$

$$x-4>40+2x$$

$$x-2x>40+4$$

$$-x>44$$

$$x<-44$$

解下列各不等式：

(1) $10+3x\leq 7x-1$

(2) $\frac{1}{3}x+3>x-2$

解

(1) $10+3x\leq 7x-1$

$$3x-7x\leq -1-10$$

$$-4x\leq -11$$

$$x\geq \frac{11}{4}$$

(2) $\frac{1}{3}x+3>x-2$

$$x+9>3x-6$$

$$x-3x>-6-9$$

$$-2x>-15$$

$$x<\frac{15}{2}$$

9類題

配合課本 P163
隨堂練習使 x 項係數為正配合課本 P163
隨堂練習

熟練

在下列空格中填入適當的答案，完成不等式的解題：

解不等式 $6+5x<8x-1$

移項可得 $6+1 < 8x - \underline{5x}$

$$7 < \underline{3x}$$

即 $\underline{3x} > 7$

得 $x > \underline{\frac{7}{3}}$

解不等式 $12>4+6x$ 。

解

$$12>4+6x$$

$$12-4>6x$$

$$8>6x$$

$$6x<8$$

$$x < \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

10類題

配合課本 P164
例題 6

展開後移項解不等式

配合課本 P164
隨堂練習

熟練

解下列各不等式：

(1) $2(2x-1) \leq 3(x+3) - 3$

(2) $4(2x-3) - 3(4x+2) > 0$

解

(1) $2(2x-1) \leq 3(x+3) - 3$

$4x - 2 \leq 3x + 9 - 3$

$x \leq 6 + 2$

$x \leq 8$

(2) $4(2x-3) - 3(4x+2) > 0$

$8x - 12 - 12x - 6 > 0$

$-4x > 18$

$x < -\frac{9}{2}$

解下列各不等式：

(1) $3(x-3) - 2(4x+3) < 0$

(2) $5(2x+4) \geq 3(x+1) + 30$

解

(1) $3(x-3) - 2(4x+3) < 0$

$3x - 9 - 8x - 6 < 0$

$-5x < 15$

$x > -3$

(2) $5(2x+4) \geq 3(x+1) + 30$

$10x + 20 \geq 3x + 3 + 30$

$7x \geq 13$

$x \geq \frac{13}{7}$

11類題

配合課本 P165
例題 7

分數型不等式

配合課本 P165
隨堂練習

熟練

解不等式 $\frac{2}{3}(2x-1) - (3x+2) \leq -1$ 。

解

不等號兩邊同乘以 3，得

$2(2x-1) - 3(3x+2) \leq -3$

$4x - 2 - 9x - 6 \leq -3$

$-5x \leq 5$

$x \geq -1$

解不等式 $\frac{4(2x+3)-5}{3} \leq \frac{3(5x+2)-1}{4}$ 。

解

不等號兩邊同乘以 12，得

$16(2x+3) - 20 \leq 9(5x+2) - 3$

$32x + 48 - 20 \leq 45x + 18 - 3$

$13 \leq 13x$

$x \geq 1$

即時演練

解下列各不等式：

(1) $2x + 5 \geq -1$

$x \geq -3$

(3) $2(2x-3) - 5 < -(3x+2)$

$x < \frac{9}{7}$

(2) $2x + 5 \geq 3x + 1$

$x \leq 4$

(4) $\frac{1}{2}(x+3) > \frac{2}{3}(x-2) + 2$

$x < 5$

2. 一元一次不等式的應用

解一元一次不等式的應用問題時，最後的解必須符合題目中的各項條件。

1 類題

配合課本 P166
例題 8

不等式整數解的應用 I

配合課本 P166
隨堂練習

熟練

桃子購物網推出滿千折百的活動，購物滿 1000 元，即可折抵 100 元。已知一條毛巾 80 元，一串衛生紙 150 元，艾美先選購了 3 條毛巾，則她至少需再選購多少串衛生紙，才可以達到活動門檻？

解

設需要再選購 x 串衛生紙，
 $80 \times 3 + 150x \geq 1000$

$$150x \geq 760$$

$$x \geq \frac{760}{150} = \frac{76}{15} = 5\frac{1}{15}$$

至少需再選購 6 串。

幸福小棧飲品滿 300 元可以外送。已知一杯紅茶 20 元，一杯奶茶 25 元，若博士已訂購 6 杯紅茶，則他至少需再訂多少杯奶茶，才可以達到外送要求？

解

設需要再訂 x 杯奶茶，

$$20 \times 6 + 25x \geq 300$$

$$25x \geq 180$$

$$x \geq \frac{180}{25} = \frac{36}{5} = 7\frac{1}{5}$$

至少需再訂 8 杯。

2 類題

配合課本 P167
例題 9

不等式整數解的應用 II

配合課本 P167
隨堂練習

熟練

小芸到超市買了每瓶 24 元的飲料 6 瓶、每包 35 元的泡麵 4 包與每個 28 元的麵包若干個。已知她的麵包至少買 2 個，總共花費不超過 400 元，則小芸可能買了多少個麵包？

解

設小芸買了 x 個麵包，
由總共花費不超過 400 元，可列出不等式

$$24 \times 6 + 35 \times 4 + 28x \leq 400$$

$$28x \leq 116$$

$$x \leq \frac{29}{7} \approx 4.14$$

又因為至少買 2 個，所以小芸可能買了 2 個、3 個或 4 個麵包。

好香快餐店舉辦一號餐「三人同行一人半價」促銷活動，小勇與兩位同學各吃了一份一號餐，如果一號餐每份 x 元，結帳時發現平均每人的花費不超過 105 元，則每份一號餐最高的價格是多少元？

解

依題意可列出不等式

$$\left(2x + \frac{x}{2}\right) \div 3 \leq 105$$

$$2x + \frac{x}{2} \leq 315$$

$$4x + x \leq 630$$

$$5x \leq 630$$

$$x \leq 126$$

所以每份一號餐最高價格是 126 元。

3類題

配合課本 P168
例題 10

不等式整數解的應用 III

配合課本 P168
隨堂練習

熟練

小東原有零用錢 5000 元，每天花 160 元吃三餐，則第幾天後他的零用錢會少於原來的一半？

解

設第 x 天後，依題意可列出不等式

$$5000 - 160x < 2500$$

$$2500 < 160x$$

$$x > \frac{250}{16} = 15.625$$

所以第 16 天後，小東的零用錢會少於原來的一半。

小妮的父親今年 64 歲，10 年前父親的年齡小於小妮年齡的 3 倍，小妮今年至少幾歲？

解

設小妮今年 x 歲，則

$$64 - 10 < 3(x - 10)$$

$$54 < 3x - 30$$

$$3x > 84$$

$$x > 28$$

所以小妮今年至少 29 歲。

4類題

配合課本 P169
例題 11

生活中不等式的應用

配合課本 P169
隨堂練習

熟練

小光想要了解自己的 BMI 指數，已知他的身高為 173 公分，體重為 85 公斤，則小光的 BMI 為多少？（四捨五入取至小數點後第一位）

$$\left(\text{BMI} = \frac{\text{體重 (公斤)}}{\text{身高}^2 (\text{公尺}^2)} \right)$$

解

$$173 \text{ 公分} = 1.73 \text{ 公尺}$$

$$\text{BMI} = \frac{85}{1.73^2} = \frac{85}{2.9929} \approx 28.4$$

承左，若小光開始擬定減肥計畫，預計每個月減 2 公斤，則 6 個月後，小光的 BMI 能到正常範圍嗎？（正常範圍： $18.5 \leq \text{BMI} < 24$ ）

解

$$85 - 2 \times 6 = 73 \text{ (公斤)}$$

$$\text{BMI} = \frac{73}{1.73^2} \approx 24.4$$

$24.4 > 24$ ，不在正常範圍，所以不能。

▶▶ 即時演練

1. 小玲買了每顆 45 元的梨子 7 顆與每顆 35 元的蘋果若干顆（至少買 3 顆），總共的費用不超過 500 元，則小玲可能買了多少顆蘋果？

3 顆、4 顆或 5 顆蘋果。

2. 小咪與三位同學一起去遊樂區玩，遊樂區的門票每張 x 元，吃午餐共用了 420 元，如果四人的花費總共不超過 1570 元，則門票每張最多幾元？（取至整數）

287 元。

4-2 自我磨練

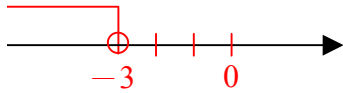
配合課本 P172~173 自我評量

1. 解下列各一元一次不等式，並在數線上圖示其解：

$$(1) -2x + 1 > 7$$

$$-2x > 6$$

$$x < -3$$

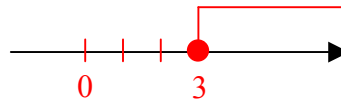


$$(2) 4(x-1) \geq x+5$$

$$4x - 4 \geq x + 5$$

$$3x \geq 9$$

$$x \geq 3$$



2. 解下列各一元一次不等式：

$$(1) 4(2x+3) \geq 5x-6$$

$$8x + 12 \geq 5x - 6$$

$$3x \geq -18$$

$$x \geq -6$$

$$(2) -2(2x+5) < -3(3x+5)$$

$$-4x - 10 < -9x - 15$$

$$5x < -5$$

$$x < -1$$

$$(3) -(9x-6) > \frac{1}{2}(2x+1)$$

$$-2(9x-6) > 2x+1$$

$$-18x + 12 > 2x + 1$$

$$-20x > -11$$

$$x < \frac{11}{20}$$

$$(4) \frac{x+2}{3} - \frac{3x-5}{6} \geq \frac{2x+1}{12}$$

$$4(x+2) - 2(3x-5) \geq 2x+1$$

$$4x + 8 - 6x + 10 \geq 2x + 1$$

$$-4x \geq -17$$

$$x \leq \frac{17}{4}$$

3. 不等式 $3(2x-3) - 7 \geq 4(3x+1)$ 的解中， x 的最大整數值是多少？

$$3(2x-3) - 7 \geq 4(3x+1)$$

$$6x - 9 - 7 \geq 12x + 4$$

$$-6x \geq 20$$

$$x \leq -\frac{10}{3} \doteq -3.3333$$

所以 x 的最大整數值是 -4 。

4. 以柔參加校外教學共需 3850 元，現在她已存了 1000 元，若以柔每週皆儲蓄 400 元，則至少還要幾週，所存的錢才夠參加校外教學？

設再存 x 週，

$$1000 + 400x \geq 3850$$

$$400x \geq 2850$$

$$x \geq \frac{285}{40} = 7.125$$

所以至少還要 8 週，以柔所存的錢才夠參加校外教學。