

翰林

109 學測 趨勢分析

數學考科

師大附中 / 殷 灝 老師

翰林輔材年年命中！

下載歷屆及
翰林模擬試題



總召集 / 陳彥良

總編輯 / 汪崇愛

主 編 / 蔡宛綺

校 對 / 李遠菡 · 陳怡銘

美 編 / 林婷慧 · 杜政賢

出 版 / 民國一〇八年十月

發行所 / 70248 臺南市新樂路 76 號

編輯部 / 70252 臺南市新忠路 8-1 號

電 話 / (06)2619621 #510

E-mail / periodical@hanlin.com.tw

翰林官網 <http://www.hle.com.tw>



00847-23

翰 林 出 版

本書內容同步刊載於翰林官網

翰林 109學測趨勢分析



數學考科

師大附中／殷 灝 老師

壹 前言

108 學測，筆者剛好任教高三，學測考數學那一節也正好在考場，等待學生出考場報告好消息，當考數學當節的下課鈴聲一響，準備迎接一窩蜂的考生離場，一個令我印象深刻的畫面，我所面對的大樓走出教室的第一位考生是臉上面對微笑，跳躍式的走出考場，奔向他的家人，說出了一句今年學測數學的評價：「好簡單！」

回顧 106 學測是近六年來較難的一次，學生寫到該年的考古題，多半會留下深刻的印象，也擔心是不是我所考的這一年，也是一樣難？但按照「鐘擺效應」，一般大家都會預測 107 學測會變得較容易，果不其然，107 學測回到正常數學該有的難易度，甚至有人認為偏簡單了點，所以再度按照「鐘擺效應」，有不少教師認為 108 學測會比 107 學測難一些才是。然而，「鐘擺效應」不會每一次都應驗，筆者學生一出考場對我說的是「比去年還簡單！」

108 學測數學科面對外界過於簡單，沒有鑑別度的批判，大考中心特別提出內部統計數據，打臉外界的質疑，108 學測是近五年內鑑別度最好的一年：

近年學測各科選擇題整體平均鑑別度

考科	108	107	106	105	104
國文	0.35	0.33	0.35	0.33	0.33
英文	0.59	0.57	0.52	0.55	0.56
數學	0.59	0.55	0.48	0.53	0.52
社會	0.31	0.37	0.35	0.33	0.36
自然	0.46	0.40	0.46	0.45	0.45

註：大考中心試題鑑別度指標（ D 值），是利用高分組（前 33%）考生的得分率，減去低分組（後 33%）考生的得分率。一般而言，試題鑑別度指標越高，表示鑑別度越好。

同時大考中心並在該份說明文件中記載以下文字：

108 學測數學科，無論與同年其他考科相比，或就近五年來看，平均鑑別度都不錯，此與社會議論之數學鑑別度不足的批評並不一致。

究竟外界的認定，和大考中心的數據，為何會有這樣天差地別的看法？筆者認為 15 級分人數暴增（如下表），或許是主因。

年度	106 學測	107 學測	108 學測
15 級分人數	1791 人	3700 人	7782 人

今年熱門大學申請入學第一階段通過的人數，多數科系均比原本預定通過的人數還要增加，當然採計 5 科變為 4 科是原因之一，但數學滿級分的人過多，很可能也發揮推波助瀾的效果，就拿清大電機來說，原本預計第一階段要通過 120 人，但實際上卻通過 508 人，因此對程度可以上頂尖校系的學生來說，因為數學滿級分的人數過多，區別不出這 7782 位的程度，所以才被外界認為鑑別度不佳，但大考中心並不是為頂尖學生命題的機構，他必須考量整體學生的數學能力，所以有其鑑別度的算法，才導致與外界批評沒有鑑別度的看法不同。

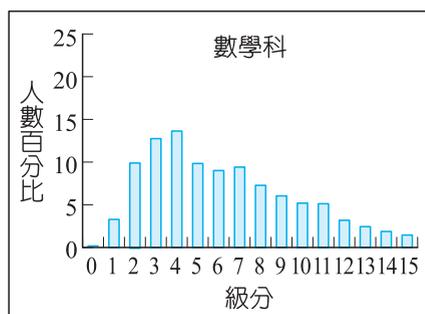
展望 109 學測，是否這次「鐘擺效應」會再次應驗？現在各位老師對明年學測的預估很可能都是至少會比今年難，但會不會到 106 年學測的難度甚至更勝呢？可別忘了大考中心認為今年鑑別度最佳呢！因此預估整份試題的難易度，其實沒有什麼意義，也不會對學生有任何幫助，但我們能確認一件事，整份試題中一定會有簡單的試題，也會有困難的試題，程度佳的同學應該要避免簡單題的粗心犯錯而導致級分往下掉，而程度較不佳的同學，應將重點擺在把握基本題，通常把課本看過一遍，範例、習題做過一遍，就可以掌握大部分的基本題！

這一份學測趨勢分析，接下來會有近三年數學的級分人數百分比、五標以及命題範圍分布，藉以讓教師了解學測數學大考中心命題的重點與學生答題的情況。而第肆部分的試題剖析，筆者選了數題近年的大考試題，深入的解題與探討，以便教師帶領學生更清楚大考的命題方向，另外也有數道改編大考的試題，供各位老師參考，可做為教學時的額外補充或者做為模擬考題。最後還放有學測的考試內容說明，供教師隨時翻開查閱。

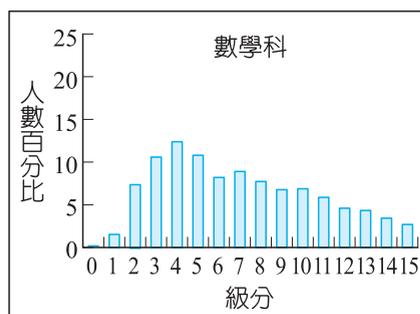


學測數學科級分人數百分比分布與五標

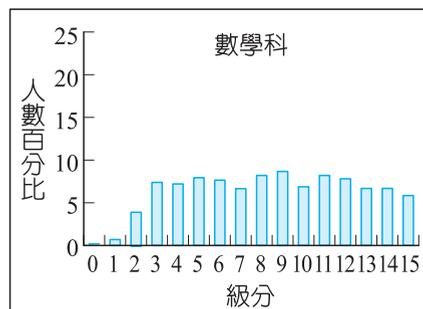
一、106 ~ 108 學測數學科級分人數百分比分布圖



106年



107年



108年

翰林 109 學測趨勢分析

二、106 ~ 108 學測數學科五標

	頂標	前標	均標	後標	底標
106 年	11 (63 ~ 69)	9 (50 ~ 57)	6 (31 ~ 38)	3 (13 ~ 19)	2 (6 ~ 13)
107 年	12 (73 ~ 80)	10 (60 ~ 73)	6 (33 ~ 60)	4 (20 ~ 33)	3 (13 ~ 19)
108 年	14 (87 ~ 93)	12 (74 ~ 80)	9 (54 ~ 60)	5 (27 ~ 33)	4 (21 ~ 26)

註：括號內為該級分對應的原始分數。

三、分析

由以上資料可以看出這三年試題由難變簡，尤其 108 學測的分布圖，與過往截然不同，看不到單峰的現象，顯示低分群因為掌握了基本題，而往前移動，這一件事對數學程度不佳的學生是件好事，因為數學不再是讀很久但卻拿不到分數的科目，所以筆者非常贊同大考中心「鼓勵學生不要放棄數學」這番美意；而至於頂端的學生，人數的百分比也較過往多出不少，這就是今年外界批評沒有鑑別度的主因，也是頂尖大學傳出要自行在第二階段再考一次試的原因。不過這確實有點兩難，一方面我們希望能夠有讀完課本基本概念就能得分的基本題，另一方面我們又希望程度佳的同學能夠區別出他們的程度，到底滿足這樣條件的試卷，是否有個最佳的命題方式？或許教師們可以和大考中心一同思考這個問題！不過倒是學測數學的難易度似乎相對於指考較不穩定，有時很難，有時卻很簡單，難易度跳躍的範圍太大了，變成學生要賭的是「生對年分！」，所以建議大考中心可以再讓學測的難易度穩定一些，這樣外界的批評可能會少一些。

參 106 ~ 108 數學學測範圍分布

一、各冊概念題目分布

第一冊 (13 題)		
數與式 (1 題)	106 年	無
	107 年	無
	108 年	多選 8.
多項式函數 (6 題)	106 年	多選 8.、選填 C
	107 年	多選 9.、選填 E
	108 年	單選 2.、多選 12.
指、對數函數 (6 題)	106 年	單選 2.、選填 E
	107 年	單選 4.、選填 A
	108 年	單選 3.、單選 5.

第二冊 (20 題)		
數列與級數 (4 題)	106 年	選填 A、選填 D
	107 年	單選 5.
	108 年	多選 7.
排列組合 (7 題)	106 年	單選 7.、多選 12.
	107 年	單選 3.、多選 8.
	108 年	單選 3.、單選 4.、選填 D
機率 (5 題)	106 年	選填 F
	107 年	單選 2.、單選 3.
	108 年	多選 9.、多選 11.
數據分析 (4 題)	106 年	單選 1.、單選 5.
	107 年	單選 6.
	108 年	單選 6.

第三冊 (21 題)		
三角 (9 題)	106 年	單選 6.、多選 11.
	107 年	單選 5.、多選 10.、選填 B、選填 E、選填 G
	108 年	多選 10.、選填 E
直線與圓 (7 題)	106 年	多選 9.、選填 G
	107 年	選填 A、選填 C、選填 D
	108 年	單選 1.、選填 C
平面向量 (5 題)	106 年	選填 B
	107 年	單選 7.、多選 10.、選填 G
	108 年	選填 G

第四冊 (15 題)		
空間向量 (5 題)	106 年	單選 4.、多選 13.
	107 年	單選 1.、選填 H
	108 年	選填 F
空間的平面與直線 (5 題)	106 年	多選 10.、選填 D
	107 年	多選 11.
	108 年	多選 13.、選填 F
矩陣 (2 題)	106 年	無
	107 年	選填 F
	108 年	選填 A
二次曲線 (3 題)	106 年	單選 3
	107 年	多選 12.
	108 年	選填 B

二、分析

從以上統計可看出：

- 基本上學測命題的單元分布很平均，每個章節幾乎都至少會有一道題目，所以任何一個單元都不應放棄，就算有學生對某個單元特別沒 fu ，但也建議至少要讀完課本的內容、範例、習題，若剛好就考很基本的概念，那就賺到了，不一定比較弱的單元就無法得分！永遠記得：「只要沒有放棄比賽，永遠都有獲勝的可能性。」
- 近三年學測，第二、三冊的題數稍多一些；尤其是學生較害怕的兩個單元——「三角」與「排組」，題數相對較多，但不代表題目就較難。「三角」很多時候就是考正、餘弦定理處理三角形邊角的問題，多練些題目是可以掌握的；而「排組」有時根本用數的或者搭配很直觀的加法、乘法原理就能得到答案，所以還是一句話：「不要放棄任何一個單元，至少要掌握基本的觀念。」
- 以上數據的統計，若有試題跨兩個單元的概念，就會被重複記錄兩次，另外，可能每位教師對試題的分類會有些許不同，甚至解讀也可能不同，所以上述的資料與論述就作為一個參考囉！

肆 試題剖析

第一冊 數與式、多項式函數、指數與對數函數

【例題 1：108 學測單選 2（改）】

下列哪一個選項是方程式 $2x^3 - 5x^2 + 6x - 2 = 0$ 其中兩個相異根的和？

- (1) $\frac{3}{2} + i$ (2) $1 + \frac{3}{2}i$ (3) 3 (4) $1 - i$ (5) $1 + i$

答案 (1)

測驗範圍 多項式函數

解題策略 要解三次以上的方程式，利用牛頓定理找出所有可能的一次因式，再檢驗即可！

解析 設 $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 6x - 2$

若 $px - q$ 為 $f(x)$ 的一次因式（其中 $p, q \in Z$ 且 $(p, q) = 1$ ）

由牛頓定理得： $p|2, q|-2 \Leftrightarrow p=1, 2, q=\pm 1, \pm 2$

$\therefore f(x)$ 可能的一次因式為 $x \pm 1, x \pm 2, 2x \pm 1$

經檢驗得： $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$

$\therefore f(x) = (2x - 1)(x^2 - 2x + 2)$

故 $f(x) = 0$ 之三根 $= \frac{1}{2}, \frac{2 \pm \sqrt{4 - 8}}{2} = 1 \pm i$

任取相異兩根之和： $\frac{1}{2} + 1 + i = \frac{3}{2} + i$

$$\frac{1}{2} + 1 - i = \frac{3}{2} - i$$

$$1 + i + 1 - i = 2$$

故選(1)

【補充說明】

1. 本題改編自 108 學測單選第 2 題：

下列哪一個選項是方程式 $x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0$ 的解？（註： $i = \sqrt{-1}$ ）

- (1) $-2i$ (2) $-i$ (3) i (4) 2 (5) 4

答案：(1)

原題是問下列哪一個選項為題幹方程式的根，僅需將根代入方程式檢驗，變成是考慮數的運算，而非牛頓定理；一個有趣的觀察是，通常代入檢驗的題目，正確答案很可能設計在第 5 個！但本題第 1 個就是正確答案，怪不得學生出考場時跟筆者說「大考中心今年特別佛心！」

2. 筆者將題目改為何者為方程式兩根的和，便讓解方程式回歸到希望學生了解牛頓定理的概念，有時我們可以試試改變題目的敘述，或許會有意想不到的效果！

【例題 2：108 學測多選 12】

設 $f_1(x)$ ， $f_2(x)$ 為實係數三次多項式， $g(x)$ 為實係數二次多項式。已知 $f_1(x)$ ， $f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式分別為 $r_1(x)$ ， $r_2(x)$ 。試選出正確的選項。

- (1) $-f_1(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $-r_1(x)$
- (2) $f_1(x) + f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $r_1(x) + r_2(x)$
- (3) $f_1(x)f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $r_1(x)r_2(x)$
- (4) $f_1(x)$ 除以 $-3g(x)$ 的餘式為 $-\frac{1}{3}r_1(x)$
- (5) $f_1(x)r_2(x) - f_2(x)r_1(x)$ 可被 $g(x)$ 整除

答案 (1)(2)(5)

測驗範圍 多項式函數

解題策略 看到問餘式的問題，先將題意用除法原理寫下來，再代入所求，注意餘式的次數要小於除式，否則除法還沒有除完！

解析 $f_1(x) = g(x)q_1(x) + r_1(x)$ ， $\deg r_1(x) \leq 1$

$f_2(x) = g(x)q_2(x) + r_2(x)$ ， $\deg r_2(x) \leq 1$

(1)○： $-f_1(x) = g(x)(-q_1(x)) + (-r_1(x))$ ，

$\deg(-r_1(x)) < \deg g(x)$

∴ 餘式為 $-r_1(x)$

(2)○： $f_1(x) + f_2(x) = g(x)(q_1(x) + q_2(x)) + \underline{r_1(x) + r_2(x)}$

$\deg(r_1(x) + r_2(x)) \leq 1 < 2 = \deg g(x)$

∴ 餘式為 $r_1(x) + r_2(x)$

(3)×： $f_1(x)f_2(x) = g(x)(g(x)q_1(x)q_2(x) + q_1(x)r_2(x) + q_2(x)r_1(x)) + r_1(x)r_2(x))$

$\deg(r_1(x)r_2(x))$ 可能為二次多項式

與 $\deg g(x) = 2$ 相同

∴ $r_1(x)r_2(x)$ 不一定為餘式

(4)×： $f_1(x) = -3g(x)\left(\frac{-1}{3}q_1(x)\right) + r_1(x)$

$\deg r_1(x) \leq 1 < 2 = \deg(-3g(x))$

∴ 餘式為 $r_1(x)$

(5)○： $f_1(x)r_2(x) - f_2(x)r_1(x)$

$= g(x)q_1(x)r_2(x) + r_1(x)r_2(x) - g(x)q_2(x)r_1(x) - r_2(x)r_1(x)$

$= g(x)(q_1(x)r_2(x) - q_2(x)r_1(x))$

故選(1)(2)(5)

【補充說明】

1. 多項式函數的近年大考題，很常出現餘式與除法原理的相關考題，例如：

【104 數學乙多選 6】

設 $f(x)$ 為一實係數多項式，且 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)^2$ 的餘式為 $(x-2)^2+g(x)$ ，其中 $g(x)$ 為一次多項式。請選出正確的選項。

- (1) 若知道 $f(1)$ 及 $f(2)$ ，則可求出 $g(x)$
- (2) $f(x)$ 除以 $(x-2)$ 的餘式是 $g(2)$
- (3) $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式是 $g(1)$
- (4) $f(x)$ 除以 $(x-2)^2$ 的餘式是 $g(x)$
- (5) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)$ 的餘式是 $x-2+g(x)$

答案：(1)(2)(4)

【105 數學乙多選 4】

設 $f(x)$ 為一未知的實係數多項式，但知道 $f(x)$ 除以 $(x-5)(x-6)^2$ 的餘式為 $5x^2+6x+7$ 。根據上述所給條件，請選出正確的選項。

- (1) 可求出 $f(0)$ 之值
- (2) 可求出 $f(11)$ 之值
- (3) 可求出 $f(x)$ 除以 $(x-5)^2$ 的餘式
- (4) 可求出 $f(x)$ 除以 $(x-6)^2$ 的餘式
- (5) 可求出 $f(x)$ 除以 $(x-5)(x-6)$ 的餘式

答案：(4)(5)

【107 學測多選 9】

已知多項式 $f(x)$ 除以 x^2-1 之餘式為 $2x+1$ 。試選出正確的選項。

- (1) $f(0) = 1$
- (2) $f(1) = 3$
- (3) $f(x)$ 可能為一次式
- (4) $f(x)$ 可能為 $4x^4+2x^2-3$
- (5) $f(x)$ 可能為 $4x^4+2x^3-3$

答案：(2)(3)(5)

【108 數學乙填充 B】

已知實係數多項式 $f(x)$ 除以 x^2+2 的餘式為 $x+1$ 。若 $xf(x)$ 除以 x^2+2 的餘式為 $ax+b$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

答案：(1, -2)

2. 建議教師們可將這些題目同一時間給學生練習，讓學生了解大考的餘式問題所著重的觀念其實並不需要太艱澀困難的假設餘式才能解出來。

【例題 3：108 學測單選 5】

設正實數 b 滿足 $(\log 100)(\log b) + \log 100 + \log b = 7$ 。試選出正確的選項。

- (1) $1 \leq b \leq \sqrt{10}$
- (2) $\sqrt{10} \leq b < 10$
- (3) $10 \leq b \leq 10\sqrt{10}$
- (4) $10\sqrt{10} \leq b \leq 100$
- (5) $100 \leq b \leq 100\sqrt{10}$

答案 (4)

測驗範圍 指、對數函數

解題策略 對數的運算，拿出對數律就對了！求出 b 後可別太高興，還有一個指數式的大小比較等著你！通通化為底數 10 比次方吧！

解析 $(\log 100)(\log b) + \log 100 + \log b = 7$

$$\Rightarrow 2\log b + 2 + \log b = 7$$

$$\Rightarrow 3\log b = 5$$

$$\Rightarrow \log b = \frac{5}{3}$$

$$\Rightarrow b = 10^{\frac{5}{3}}$$

$$(1) \times : 10^0 \leq b \leq 10^{\frac{1}{2}}$$

$$(2) \times : 10^{\frac{1}{2}} \leq b \leq 10^1$$

$$(3) \times : 10^1 \leq b \leq 10^{\frac{3}{2}}$$

$$(4) \bigcirc : 10^{\frac{3}{2}} \leq b \leq 10^2$$

$$(5) \times : 10^2 \leq b \leq 10^{\frac{5}{2}}$$

故選(4)

【補充說明】

- 這一題就是屬於練習完課本範例與習題就可以答對的基本試題！
- 題幹表面上在考對數運算，但利用選擇題選項的特性隱藏指數運算及大小比較的概念，一個看似簡潔的小題目卻將指、對數的基本概念都考到了，筆者認為是個相當不錯的基本題。
- 常常有些同學會將對數亂算一通，因此筆者整理對數運算常遇到的 8 種情境如下做個比較，供老師們教學上的參考：

〔真數的加減乘除〕

(1) $\log_a(x+y) =$ 無法化簡（遇到真數相加，沒有對數律幫你化簡）

(2) $\log_a(x-y) =$ 無法化簡（遇到真數相減，沒有對數律幫你化簡）

(3) $\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$ （真數相乘可以化為對數相加）

(4) $\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$ （真數相除可以化為對數相減）

〔對數的加減乘除〕

(1) $\log_a x + \log_a y = \log_a (x \cdot y)$ (對數相加可以化為真數相乘)

(2) $\log_a x - \log_a y = \log_a \left(\frac{x}{y}\right)$ (對數相減可以化為真數相除)

(3) $(\log_a x)(\log_a y) =$ 無法化簡 (遇到對數相乘，沒有對數律幫你化簡)

註：1. 所以本題若有學生將 $(\log 100)(\log b)$ 化為 $\log 100b$ 或者 $\log(100+b)$ 就是濫用對數律了。

2. 但若遇到 $(\log_a b)(\log_b c)$ 這樣的對數相乘可以用換底公式化簡。

(4) $\frac{\log_a x}{\log_a y} = \log_y x$ (對數相除可以用換底公式化簡)

【例題 4：105 學測多選 7 (改)】

下列各方程式中，請選出有整數解的選項。

(1) $|x| - |x-5| = 1$

(2) $|x| - |x-4| = 1$

(3) $|x| - |x-3| = 1$

(4) $|x| - |x-2| = 1$

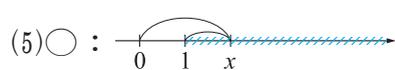
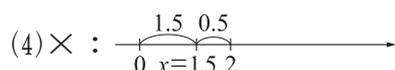
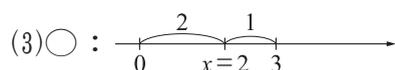
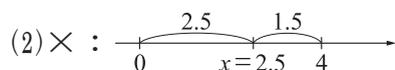
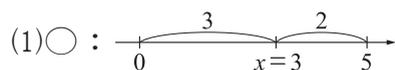
(5) $|x| - |x-1| = 1$

答案 (1)(3)(5)

測驗範圍 數與式

解題策略 兩數相減取絕對值，將其視為數線上兩點的距離，以幾何觀點處理五個選項的方程式，將有事半功半的效果！

解析 $|x| - |x-k| = 1$ 表示 x 與 0 的距離減去 x 與 k 的距離為 1：



$x \geq 1$ 均為解 (\therefore 有整數解)

故選(1)(3)(5)

【補充說明】

第一冊第一章數與式在大考出現的試題並不多，當年若有命題，不外乎是「絕對值方程式或不等式」、「分點公式」、「根式化簡」、「算幾不等式」(常伴隨其他單元一起考) 這幾個大重點，尤其絕對值方程式與不等式的問題，除了分段討論的解法之外，別忘了距離概念才是絕對值最原始的定義。

【例題 5：108 學測多選 7】

設各項都是實數的等差數列 a_1, a_2, a_3, \dots 之公差為正實數 α 。試選出正確的選項。

- (1) 若 $b_n = -a_n$ ，則 $b_1 > b_2 > b_3 > \dots$
- (2) 若 $c_n = a_n^2$ ，則 $c_1 < c_2 < c_3 < \dots$
- (3) 若 $d_n = a_n + a_{n+1}$ ，則 d_1, d_2, d_3, \dots 是公差為 α 的等差數列
- (4) 若 $e_n = a_n + n$ ，則 e_1, e_2, e_3, \dots 是公差為 $\alpha + 1$ 的等差數列
- (5) 若 f_n 為 a_1, a_2, \dots, a_n 的算術平均數，則 f_1, f_2, f_3, \dots 是公差為 α 的等差數列

答案 (1)(4)

測驗範圍 數列與數級

解題策略 寫出數列的前幾項觀察看看

解析 (1) \circ : $\because \alpha > 0 \Rightarrow a_1 < a_2 < a_3 < \dots$

$$\Rightarrow -a_1 > -a_2 > -a_3 > \dots$$

$$\Rightarrow b_1 > b_2 > b_3 > \dots$$

(2) \times : 反例 : $\langle a_n \rangle : -3, -2, -1, \dots$

$$\langle c_n \rangle : 9, 4, 1, \dots$$

(3) \times : $\langle a_n \rangle : a_1, a_1 + \alpha, a_1 + 2\alpha, a_1 + 3\alpha, \dots$

$$\langle d_n \rangle : 2a_1 + \alpha, 2a_1 + 3\alpha, 2a_1 + 5\alpha, \dots \quad \text{公差為 } 2\alpha$$

(4) \circ : $\langle e_n \rangle : a_1 + 1, a_2 + 2, a_3 + 3, \dots$ 公差為 $a_{n+1} - a_n + 1 = \alpha + 1$

$$(5) \times : f_n = \frac{1}{n}(a_1 + a_2 + \dots + a_n) = \frac{1}{n} \times \frac{n(2a_1 + (n-1)\alpha)}{2} = a_1 + \frac{\alpha}{2}(n-1)$$

$$\langle f_n \rangle : a_1, a_1 + \frac{\alpha}{2} \times 1, a_1 + \frac{\alpha}{2} \times 2, \dots \quad \text{公差為 } \frac{\alpha}{2}$$

故選(1)(4)

【補充說明】

數列與級數這個單元，有四個主要的概念：「等差、等比數列與級數」、「 Σ 求總和」、「遞迴關係式」、「數學歸納法」。每當筆者複習到這個單元總是會問學生你覺得哪一個概念在學測出題的頻率最高？大部分的時候都會得到「 Σ 求總和」的答案，但其實等差等比的概念才是這個單元最常被命題的！其次是遞迴關係式！ Σ 求總和倒是在大考中考題較少，或許它只是個求總和的工具，不太會單獨直接命題。

【例題 6：108 學測單選 4（改）】

廚師買了豬、雞、牛、羊四種肉類食材以及白菜、豆腐、香菇三種素類食材。若廚師想用完這七種食材作三道菜，每道菜可以只用一種食材或用多種食材，但每種食材只能使用一次，且每道菜一定要有肉，試問食材的分配共有_____種方法。

答 案 162

測驗範圍 排列組合

解題策略 肉、素分開思考，再用乘法原理相乘

解 析 先分配肉（必為 2 種、1 種、1 種），有 $C_2^4 \cdot C_1^2 \cdot C_1^1 \cdot \frac{1}{2!} = 6$ 種分配法，

再將 3 種素類食材放入已分好的 3 盤肉類食材中，每種素類食材均有 3 盤可放

\therefore 有 $3^3 = 27$ 種放法

故所求為 $6 \times 27 = 162$ 種

【補充說明】

1. 原題僅有三種肉類食材，是較為簡單的重複排列問題，筆者將其改為四種肉類食材，需要用到分組分堆的概念，增加了一些難度。
2. 排列組合這個單元，筆者一直認為是投資報酬率最低的單元，同時也是許多數學程度很好的同學們的罩門，就算你把排列組合一般參考書的題型都熟練其作法，但學測出來的排列組合題，你很可能還是會錯，這是因為大考的排組很多時候是從生活中取材來問你有幾種可能性，並非你在排組裡遇到的背題型背做法的題目，考的是你臨場的反應與心思的細膩度，因此筆者認為排組的訓練，不需要練習太多過去看過的題型，反而是多做些模擬考題中的題目，練習沒有看過的題型該從哪裡切入，並找出自己心思不夠細膩的問題點，或許比背題型背做法來的有用！

【例題 7：貝氏定理生活題】

某人想研究「一個女人被陌生男人搭訕時，該男人是單身的機率大或非單身的機率大？」，因此進行調查，得到以下數據：

- ① 單身的男性出來搭訕的機率為 95%
- ② 非單身的男性出來搭訕的機率只有 10%
- ③ 平均每 100 位男性中，有 5 位為單身

根據以上數據，計算出一位女性被陌生男性搭訕時，該男性是單身的機率為_____%。（計算至整數位，小數點以下四捨五入）

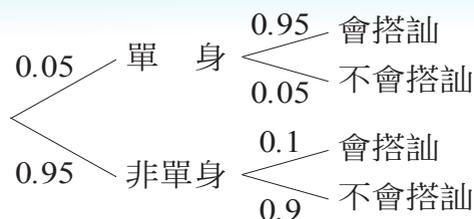
答 案 33

測驗範圍 機率

解題策略 貝式定理的題目敘述通常較長，以樹狀題呈現題意將會一目了然

翰林 109 學測趨勢分析

解析



$$\begin{aligned}
 p(\text{單身} | \text{會搭訕}) &= \frac{p(\text{單身且會搭訕})}{p(\text{會搭訕})} = \frac{0.05 \times 0.95}{0.05 \times 0.95 + 0.95 \times 0.1} \\
 &= \frac{0.0475}{0.0475 + 0.095} = \frac{475}{1425} = 0.3333\cdots \approx 33\%
 \end{aligned}$$

【補充說明】

1. 貝氏定理在大考算是機率單元出現頻率較高的重點概念（108 學測也有一題，多選 11 題），這可能是因為它與生活中的情境相關性較高，而大考希望由生活化試題來導引學生數學在生活中的應用，因此出現的頻率相對於其他的機率概念高了一些。
2. 本題是筆者在學校段考時出的考題，和學生的生活情境吻合，提供教師在教學貝氏定理時，可以作為切入的例子，或許會和學生產生一些共鳴。

【例題 8：108 學測單選 6】

某超商依據過去的銷售紀錄，冬天平均氣溫在 6°C 到 24°C 時，每日平均售出的咖啡數量與當天的平均氣溫之相關係數為 -0.99 ，部分紀錄如下表。

平均氣溫 ($^{\circ}\text{C}$)	11	13	15	17	19	21
平均售出量 (杯)	512	437	361	279	203	135

某日平均氣溫為 8°C ，依據上述資訊推測，試問該日賣出的咖啡數量應接近下列哪一個選項？

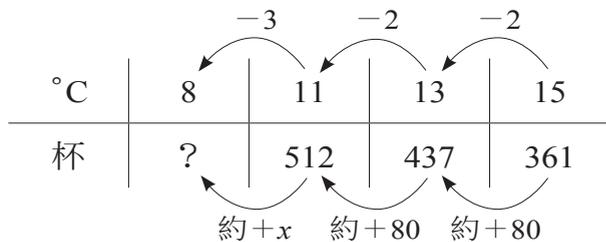
- (1) 570 杯 (2) 625 杯 (3) 700 杯 (4) 755 杯 (5) 800 杯

答案 (2)

測驗範圍 數據分析

解題策略 相關係數 $= -0.99$ ，很接近 -1 ，散布圖的圖點幾乎都在同一條線上，可用等比例縮放來預估

解析



$$\frac{-2}{+80} = \frac{-3}{+x} \Rightarrow x = 120$$

$$\therefore 512 + 120 = 632 \approx 625 \text{ 杯}$$

故選(2)

【補充說明】

數據分析在高三的複習課程中，不像高一較重視每一筆統計量的計算，而是著重在統計數值代表的意義、觀念與解讀，本題就是一個很棒的觀念題，只要了解相關係數與迴歸直線的基本概念，很容易就可以拿到分數，這樣類似的題目，104、106 學測也都出現過，特別帶老師們一同回憶一下：

【104 學測多選 5】

小明參加某次路跑 10 公里組的比賽，下表為小明手錶所記錄之各公里的完成時間、平均心率及步數：

	完成時間	平均心率	步數
第一公里	5:00	161	990
第二公里	4:50	162	1000
第三公里	4:50	165	1005
第四公里	4:55	162	995
第五公里	4:40	171	1015
第六公里	4:41	170	1005
第七公里	4:35	173	1050
第八公里	4:35	181	1050
第九公里	4:40	171	1050
第十公里	4:34	188	1100

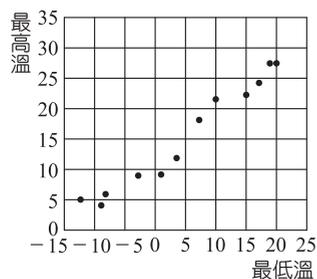
在這 10 公里的比賽過程，請依據上述數據，選出正確的選項。

- (1)由每公里的平均心率得知小明最高心率為 188
- (2)小明此次路跑，每步距離的平均小於 1 公尺
- (3)每公里完成時間和每公里平均心率的相關係數為正相關
- (4)每公里步數和每公里平均心率的相關係數為正相關
- (5)每公里完成時間和每公里步數的相關係數為負相關

答案：(2)(4)(5)

【106 學測單選 5】

右圖是某城市在 2016 年的各月最低溫（橫軸 x ）與最高溫（縱軸 y ）的散布圖。今以溫差（最高溫減最低溫）為橫軸且最高溫為縱軸重新繪製一散布圖。試依此選出正確的選項。



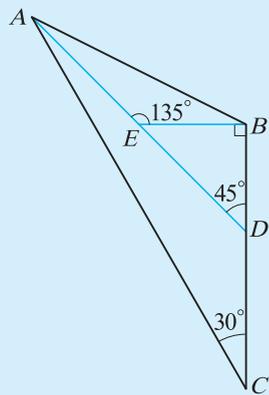
- (1) 最高溫與溫差為正相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性強
- (2) 最高溫與溫差為正相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性弱
- (3) 最高溫與溫差為負相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性強
- (4) 最高溫與溫差為負相關，且它們的相關性比最高溫與最低溫的相關性弱
- (5) 最高溫與溫差為零相關

答案：(4)

第三冊 三角、直線與圓、平面向量

【例題 9：108 學測填充 E（改）】

如圖（此為示意圖），在 $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 交 \overline{BC} 於 D 點， \overline{BE} 交 \overline{AD} 於 E 點，且 $\angle ACB = 30^\circ$ ， $\angle EDB = 45^\circ$ ， $\angle AEB = 135^\circ$ 。若 $\overline{CD} = \sqrt{6} - \sqrt{2}$ ， $\overline{ED} = 1$ ，則 $\overline{AB} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



答案 $\frac{\sqrt{10}}{2}$

測驗範圍 三角

解題策略 處理三角形的邊角問題，靠正、餘弦定理就對了！

解析 $\triangle ADC$ 中：

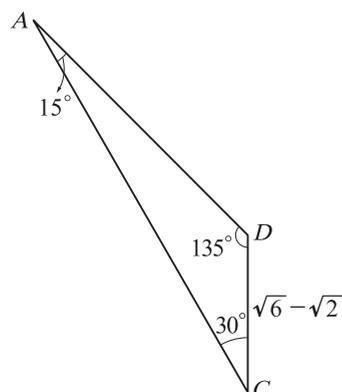
正弦定理：

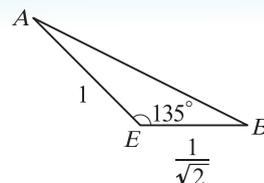
$$\frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{\sin 15^\circ} = \frac{\overline{AD}}{\sin 30^\circ} \Rightarrow \overline{AD} = 2$$

$$\therefore \overline{AE} = \overline{AD} - \overline{DE} = 2 - 1 = 1$$

$\triangle BDE$ 為等腰直角三角形

$$\therefore \overline{BE} = \frac{1}{\sqrt{2}} \overline{DE} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$





$\triangle AEB$ 中：

餘弦定理：

$$\begin{aligned}\overline{AB}^2 &= 1^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 - 2 \times 1 \times \frac{1}{\sqrt{2}} \times \cos 135^\circ \\ &= 1 + \frac{1}{2} - \frac{2}{\sqrt{2}} \times \left(-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = \frac{5}{2} \\ \therefore \overline{AB} &= \frac{\sqrt{10}}{2}\end{aligned}$$

【補充說明】

原題本僅需要用到餘弦定理，即可得 \overline{AB} 的長度，筆者更改部分所給的角度，讓難度增加了一些，除了餘弦定理還必須用到正弦定理，剛好三角單元的兩個重大定理都考到了！

【例題 10：108 學測單選 1】

點 $A(1, 0)$ 在單位圓 $\Gamma: x^2 + y^2 = 1$ 上。試問： Γ 上除了 A 點以外，還有幾個點到直線 $L: y = 2x$ 的距離，等於 A 點到 L 的距離？

- (1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 0 個

答案 (3)

測驗範圍 直線與圓

解題策略 看到圓與直線，先計算圓心到直線的距離就對了！

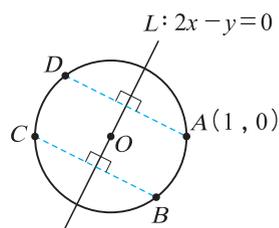
解析 Γ 圓心 $O(0, 0)$ ，半徑 $r = 1$ ； $L: 2x - y = 0$

$$d(O, L) = \frac{0}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = 0$$

$\therefore L$ 過圓心 O

$$\text{又 } d(A, L) = \frac{2}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \frac{2}{\sqrt{5}} < r = 1$$

圖示如下：



除了 A 以外，還有 B 、 C 、 D 3 個點到 L 的距離亦為 $\frac{2}{\sqrt{5}}$

故選(3)

【補充說明】

1. 學測單選第 1 題通常是用來建立信心用的，很簡單的單一觀念就可解決，但 108 學測的這一題筆者聽到有數學算不錯的學生，竟然選(4) 4 個，因為他們看題目太快（或者認為題目太簡單而輕敵？）以至於忽略了「除了 A 點以外」這幾個字，如果因此而掉 1 級分，實在是得不償失啊！建議同學們可以練習將題目的關鍵句畫起來，避免這種題目沒看清楚的失誤。
2. 這種圓上的點與直線距離的類似問題在模擬考和學測早就出現不少次了呢！以下再提供一題（難度較高）筆者曾經出過的模考題供老師們教學上參考。

已知直線 $3x+4y+4=0$ 與圓 $x^2+y^2-8x-2y-8=0$ 交於相異兩點 A 與 B 。設 P 為圓上一動點，則使 $\triangle ABP$ 面積為整數的點 P 共有 _____ 個。

答案：58

解析：C： $(x-4)^2 + (y-1)^2 = 25$ ，圓心 $O(4, 1)$ ，半徑 $r=5$

$$L: 3x+4y+4=0$$

$$d(O, L) = \frac{|12+4+4|}{\sqrt{3^2+4^2}} = 4$$

$$\overline{AB} = 2 \times \sqrt{r^2 - d(O, L)^2} = 2 \times \sqrt{5^2 - 4^2} = 6$$

$$\triangle ABP = \frac{1}{2} \times \overline{AB} \times d(P, L) = 3 \times d(P, L)$$

$\therefore \triangle ABP$ 面積為整數

$$\therefore d(P, L) = \frac{k}{3}, k \in N$$

① 在優弧 \widehat{AB} 上， $0 \leq d(P, L) \leq 9$

$$\Rightarrow d(P, L) = \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \dots, \frac{26}{3}, 9$$

使 $d(P, L) = \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, 4 \div 3, \frac{4}{3}, \dots, \frac{26}{3}$ 的 P 均有 2 個

而 $d(P, L) = 9$ 的 P 只有 1 個

\therefore 共有 $2 \times 26 + 1 = 53$ 個

② 在劣弧 \widehat{AB} 上， $0 \leq d(P, L) \leq 1$

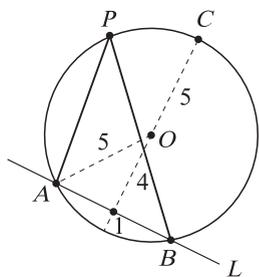
$$\Rightarrow d(P, L) = \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1$$

使 $d(P, L) = \frac{1}{3}, \frac{2}{3}$ 的 P 均有 2 個

而 $d(P, L) = 1$ 的 P 只有 1 個

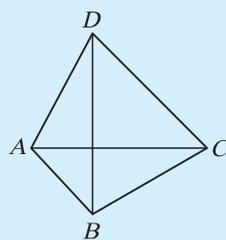
\therefore 共有 $2 \times 2 + 1 = 5$ 個

綜合①，② \Rightarrow 共有 $53 + 5 = 58$ 個



【例題 11：108 學測填充 G】

如圖（此為示意圖）， A, B, C, D 為平面上的四個點。
已知 $\vec{BC} = \vec{AB} + \vec{AD}$ ， \vec{AC} 、 \vec{BD} 兩向量等長且互相垂直，則
 $\tan \angle BAD = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



答案 -3

測驗範圍 三角、平面向量

解題策略 利用向量減法分解將 \vec{BC} 拆為“A”開頭的 $\vec{AC} - \vec{AB}$ 會有意想不到的效果！

解析 $\vec{BC} = \vec{AB} + \vec{AD}$
 $\Leftrightarrow \vec{AC} - \vec{AB} = \vec{AB} + \vec{AD}$
 $\Leftrightarrow \vec{AC} - \vec{AD} = 2\vec{AB}$
 $\Leftrightarrow \vec{DC} = 2\vec{AB}$

得 $\overline{CD} \parallel \overline{AB}$ 且 $\overline{CD} = 2\overline{AB}$

再由 $\triangle AOB \sim \triangle COD$ ，令 $\overline{OC} = 2h$ ， $\overline{OA} = h$ ， $\overline{OD} = 2k$ ， $\overline{OB} = k$

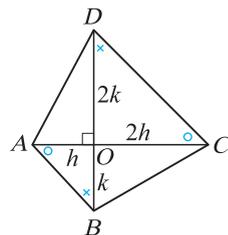
$\because \overline{AC} = \overline{BD} \Leftrightarrow h = k$

$$\therefore \tan \angle DAO = \frac{2k}{h} = 2$$

$$\tan \angle BAO = \frac{k}{h} = 1$$

故 $\tan \angle BAD = \tan(\angle DAO + \angle BAO)$

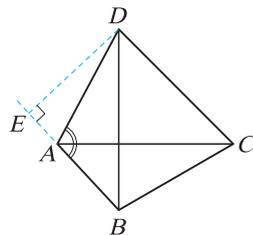
$$\begin{aligned} &= \frac{\tan \angle DAO + \tan \angle BAO}{1 - \tan \angle DAO \cdot \tan \angle BAO} \\ &= \frac{2 + 1}{1 - 2 \times 1} = -3 \end{aligned}$$



【補充說明】

1. 本題堪稱 108 學測的最難題，放在填充最後一題，的確有些挑戰性，不過礙於是「選填題」，已給好答案的形式，導致有些學生竟然是用量的量出答案，天呀！中規中矩的學生在這題會耗費較久的時間，可能還是做不出來；但會賣弄小聰明的學生，不會做就給你亂量、亂代數字，有時一個不小心，就搞出答案來，以下是他們的「測量法」：

這一題的答案有兩格要填，而圖形呈現 $\angle BAD$ 為鈍角，所以前面那一格一定是「-」號，接下來剩下一格，那一定是 0~9 的整數，所以只要拿尺量上圖中的 \overline{DE} 、 \overline{AE} 的比值，便可得到答案應該是 -3！



2. 有時我們命題會認為該題應該是必須要知道這些觀念才能解得答案，但到學生手上之後，很可能他們會有偷吃步亂做法，不小心矇對了，我們只能盡量再小心一點，避免可以測量量出答案或者代數字就可以處理的問題。
3. 這一題還有一個有趣的現象，有部分學生竟然將題目所給的圖看成「立體圖」，真是太不小心啦，明明題目都寫平面上了！這表示有些學生看題目都沒有看到關鍵字，尤其數學越強的學生，看題目越快，將導致部分訊息忽略沒看到，就用自己的想像在解了。教師們可以提醒學生大考出現立體圖，被擋住的線會用「虛線」表示，這一題全部都是「實線」，就是平面圖呢！
4. 撇開上述的狀況來看，本題結合了向量與三角的概念，是一個很具思考性的跨章節試題，能鑑別出高分群的高下！

第四冊 空間向量、空間中的平面與直線、矩陣、二次曲線

【例題 12：108 學測多選 13（改）】

坐標空間中有一平面 P 過 $(0, 0, 0)$ ， $(1, 2, 3)$ 及 $(-1, 2, 3)$ 三點。請選出在平面 P 上的直線。

- (1) x 軸
- (2) y 軸
- (3) $y=z=1$
- (4) $x=y=z$
- (5) $\begin{cases} x=0 \\ 3y=2z \end{cases}$

答案 (1)(5)

測驗範圍 空間中的平面與直線

解題策略 線面判別關係，將線的參數式代入平面，若參數恰有一解 \Rightarrow 交於 1 點
無限多組解 \Rightarrow 線在面上
無解 \Rightarrow 線面平行

解析 $A(0, 0, 0)$ ， $B(1, 2, 3)$ ， $C(-1, 2, 3)$

$$\overrightarrow{AB} = (1, 2, 3)$$

$$\overrightarrow{AC} = (-1, 2, 3)$$

$$\overrightarrow{AB} \times \overrightarrow{AC} = (0, -6, 4) \parallel (0, 3, -2)$$

$$\therefore P: 3y - 2z = 0$$

$$(1) \circ: (t, 0, 0) \text{ 代入 } P: 0 = 0 \Rightarrow \text{無限多組解}$$

$$(2) \times: (0, t, 0) \text{ 代入 } P: 3t = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ 恰有 1 解}$$

$$(3) \times: (t, 1, 1) \text{ 代入 } P: 3 - 2 \neq 0 \Rightarrow t \text{ 無解}$$

$$(4) \times: (t, t, t) \text{ 代入 } P: 3t - 2t = 0 \Rightarrow t = 0 \text{ 恰有 1 解}$$

$$(5) \circ: (0, 2t, 3t) \text{ 代入 } P: 6t - 6t = 0 \Rightarrow \text{無限多組解}$$

故選(1)(5)

【補充說明】

自從空間中直線的距離問題（點到直線的距離、兩平行線的距離、歪斜線的距離）移到雙圈單元（數甲才考，學測不考）後，空間中的平面與直線這一段的大考題，變得較容易得分，求平面方程式，直線方程式的形式，點與面、面與線、線與線的關係判別，這些基本的概念，只有願意花時間去理解弄懂，考出來很容易拿到分數，筆者認為是投資報酬很高的單元，所以如果有些學生放棄空間平面、直線這個單元，那就太可惜了！

【例題 13：108 學測填充 F】

坐標空間中，考慮有一個頂點在平面 $z=0$ 上、且有另一個頂點在平面 $z=6$ 上的正立方體。則滿足前述條件的正立方體之邊長最小可能值為_____。

答案 $2\sqrt{3}$

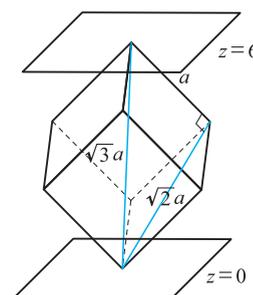
測驗範圍 空間向量、空間中的平面與直線

解題策略 正立方體邊長、對角線、體對角線長的比 $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$

解析 如右圖，

體對角線的端點在 $z=0$ 與 $z=6$ 上時邊長有最小值

$$\sqrt{3}a=6 \Leftrightarrow a=2\sqrt{3}$$



【補充說明】

正立方體真是個常在大考出現的立體圖形，如果有邊長、對角線、體對角線的長度比為 $1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$ 的概念，這一題可以說是秒殺呢！以下再提供一題類似概念的題目供教師們參考。

空間坐標系中有一個正立方體，其中三個頂點坐標為 $(4, 3, 5)$ ， $(3, 4, 5)$ ， $(3, 4, 3)$ ，則此正立方體的體積為_____。

答案： $2\sqrt{2}$

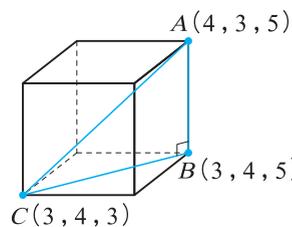
解析：設 $A(4, 3, 5)$ ， $B(3, 4, 5)$ ， $C(3, 4, 3)$

$$\text{則 } \overline{AB}=\sqrt{2}, \overline{BC}=2, \overline{CA}=\sqrt{6}$$

$$\overline{AB}:\overline{BC}:\overline{CA}=1:\sqrt{2}:\sqrt{3}$$

∴正立方體示意圖如右

$$\text{邊長}=\overline{AB}=\sqrt{2} \Leftrightarrow \text{體積}=(\sqrt{2})^3=2\sqrt{2}$$



【例題 14：108 學測填充 A (改)】

若 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & j & -2 \\ -1 & m & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -4 & 5 & -1 \\ 0 & 7 & 1 \end{bmatrix}$ ，則 $\begin{bmatrix} a & b \\ e & f \end{bmatrix}$ 反方陣的行列式值為_____。

答案 1

測驗範圍 矩陣

解題策略 矩陣相乘，前面出列，後面出行，找出反方陣的關鍵數字

解 析

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ e & f \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & j & -2 \\ -1 & m & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \textcircled{1} & 3 & \textcircled{0} \\ -4 & 5 & -1 \\ \textcircled{0} & 7 & \textcircled{1} \end{bmatrix}$$

由矩陣乘法得：

$$\begin{cases} 3a-b=1 \\ -2a+b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{cases} 3e-f=0 \\ -2e+f=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e \\ f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ e & f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\therefore \begin{bmatrix} a & b \\ e & f \end{bmatrix}^{-1} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix} \Rightarrow \text{行列式值為 } 3-2=1$$

【補充說明】

1. 矩陣單元，大考似乎很重視乘法的運算規則，連續兩年都考矩陣相乘的考題。

【108 學測填充 A】

設 x, y 為實數，且滿足 $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \end{bmatrix}$ ，則 $x+3y=$ _____。

答案：-4

【107 學測填充 F】

設 a, b, c, d, e, x, y, z 皆為實數，考慮矩陣相乘：

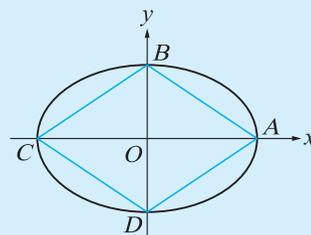
$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3 & 5 & 7 \\ -4 & 6 & e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & x & 7 \\ 0 & y & 7 \\ -11 & z & 23 \end{bmatrix}$$
，則 $y=$ _____。

答案： $\frac{7}{2}$

2. 筆者將這兩題學測題稍微更改，再搭配反矩陣的觀念，而形成上述難度較高的範例 14。

【例題 15：108 學測填充 B】

如圖（此為示意圖）， A, B, C, D 是橢圓 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的頂點。若四邊形 $ABCD$ 的面積為 58，則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。



答案 $\frac{29}{4}$

測驗範圍 二次曲線

解題策略 由方程式可以求得 b ，再利用面積找出長軸半長 a 。

解析 由 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{16} = 1 \Rightarrow b^2 = 16 \Rightarrow b = 4$

$$\overline{AC} = 2a$$

$$\overline{BD} = 2b = 8$$

$$\because \text{四邊形面積為 } 58 = \frac{1}{2} \times \overline{AC} \times \overline{BD}$$

$$\Rightarrow 58 = \frac{1}{2} \times 2a \times 8$$

$$\Rightarrow a = \frac{58}{8} = \frac{29}{4}$$

【補充說明】

二次曲線自從刪除求切線的內容後，內容變簡單許多，在大考時所測驗的常常只是學生是否了解三種曲線的定義及方程式的結構，基本上只要把課本所講述的概念弄清楚，範例習題做完，拿到二次曲線考題的分數並不困難，這也是屬於投資報酬率高的單元呢！

伍 99 課綱 (含微調部分) 學測數學考科測驗說明

下表為大考中心公告的學科能力測驗數學科考試說明，讓老師們可以隨時查閱，筆者將一些個人認為的重點以粗體加底線作標記，供大家參考。

第一學年 數學 I (函數)、4 學分

主題	子題	內容	備註
一、數與式	1. 數與數線	1.1 數線上的有理點及其十進位表示法 1.2 實數系：實數的十進位表示法、四則運算、絕對值、大小關係 1.3 乘法公式、分式與根式的運算	1.2 不含非十進位的表示法
	2. 數線上的幾何	2.1 數線上的兩點距離與分點公式 2.2 含絕對值的一次方程式與不等式	
二、多項式函數	1. 簡單多項式函數及其圖形	1.1 一次函數 1.2 二次函數 1.3 單項函數：奇偶性、單調性和圖形的平移	1.3 <u>僅介紹 4 次(含)以下的單項函數</u>
	2. 多項式的運算與應用	2.1 乘法、除法 (含除式為一次式的綜合除法)、除法原理 (含餘式定理、因式定理) 及其應用、插值多項式函數及其應用	2.1 不含最高公因式與最低公倍式、 <u>插值多項式的次數不超過三次</u>
	3. 多項式方程式	3.1 二次方程式的根與複數系 3.2 有理根判定法、勘根定理、 $\sqrt[n]{a}$ 的意義 3.3 實係數多項式的代數基本定理、虛根成對定理	3.1 不含複數的幾何意涵
	4. 多項式函數的圖形與多項式不等式	4.1 辨識已分解的多項式函數圖形及處理其不等式問題	4.1 <u>不含複雜的分式不等式</u>

主題	子題	內容	備註
三、指數、對數函數	1. 指數	1.1 指數為整數、分數與實數的指數定律	
	2. 指數函數	2.1 介紹指數函數的圖形與性質（含定義域、值域、單調性、凹凸性）	
	3. 對數	3.1 對數的定義與對數定律 3.2 換底公式	3.2 <u>換底公式不宜牽涉太過技巧性與不實用的問題</u>
	4. 對數函數	4.1 介紹對數函數的圖形與性質（含定義域、值域、單調性、凹凸性）	
	5. 指數與對數的應用	5.1 對數表（含內插法）與使用計算器、科學記號 5.2 處理乘除與次方問題 5.3 等比數列與等比級數 5.4 由生活中所引發的指數、對數方程式與不等式的應用問題	5.1 不含表尾差 5.4 不含等比數列、級數之定義，但在斟酌流暢度的考量下，可以包含等比應用問題

第一學年 數學II（有限數學）、4 學分

主題	子題	內容	備註
一、數列與級數	1. 數列	1.1 發現數列的規律性	1.1.1 只談實數數列、不含二階遞迴關係 1.1.2 含等比數列、等比級數之正式定義，適當銜接在數學 I 第 3 章之中發展過的等比應用題型，作為學習此單元的前置經驗
		1.2 數學歸納法	1.2 不等式型式的數學歸納法置於數學甲/乙 II 數列與極限中討論
	2. 級數	2.1 介紹 Σ 符號及其基本操作	

主題	子題	內容	備註
二、排列、組合	1. 邏輯、集合與計數原理	1.1 簡單的邏輯概念：介紹「或」、「且」、「否定」及笛摩根定律 1.2 集合的定義、集合的表示法與操作 1.3 基本計數原理（含窮舉法、樹狀圖、一一對應原理） 1.4 加法原理、乘法原理、取捨原理	2.1 不含環狀排列 <u>本章節要避免情境不合常理、過深、或同時涉及太多觀念的題型</u> 3.1 <u>不含超過二項的展開式</u>
	2. 排列與組合	2.1 直線排列、重複排列 2.2 組合、重複組合	
	3. 二項式定理	3.1 以組合概念導出二項式定理、巴斯卡三角形	
三、機率	1. 樣本空間與事件	1.1 樣本空間與事件	2.1 不含幾何機率
	2. 機率的定義與性質	2.1 古典機率的定義與性質	
	3. 條件機率與貝氏定理	3.1 條件機率、貝氏定理、獨立事件	
四、數據分析	1. 一維數據分析	1.1 平均數、標準差、數據標準化	1.1 只談母體數據分析，不涉及抽樣，可用計算工具操作
	2. 二維數據分析	2.1 散布圖、相關係數、最小平方方法	2.1 可用計算工具操作。最小平方方法的證明置於附錄
附錄	1. 演算法 2. 最小平方方法	輾轉相除法、二分逼近法 最小平方方法的證明	不在命題範圍內

第二學年 數學 III (平面坐標與向量)、4 學分

主題	子題	內容	備註
一、三角	1. 直角三角形的邊角關係	1.1 直角三角形的邊角關係 (正弦、餘弦)、平方關係、餘角關係	2.1 cot, sec, csc 置於數學甲 I、數學乙 I 2.2 將弧度量融入廣義角的教學，並於其後各節中使用弧度，強化度與弧度的轉換練習。 <u>由引進弧度所延伸出的問題僅限於度量與弧度量之轉換練習，不要延伸到弧長與扇形面積</u> 4.1 不含和差化積、積化和差公式 5.1 可使用計算器求出三角函數值
	2. 廣義角與極坐標	2.1 廣義角的正弦、餘弦、正切、平方關係、補角 2.2 弧度、弧度量與度度量的互相轉換 2.3 直角坐標與極坐標的變換	
	3. 正弦定理、餘弦定理	3.1 正弦定理、餘弦定理	
	4. 差角公式	4.1 差角、和角、倍角、半角公式	
	5. 三角測量	5.1 三角函數值表 5.2 平面與立體測量	
二、直線與圓	1. 直線方程式及其圖形	1.1 點斜式 1.2 兩線關係 (垂直、平行、相交)、聯立方程式	3.2 <u>不含兩圓的關係</u>
	2. 線性規劃	2.1 二元一次不等式 2.2 線性規劃 (<u>目標函數為一次式</u>)	
	3. 圓與直線的關係	3.1 圓的方程式 3.2 圓與直線的相切、相割、不相交的關係及其代數判定	

主題	子題	內容	備註
三、平面向量	1. 平面向量的表示法	1.1 幾何表示、坐標表示，加減法、係數乘法 1.2 線性組合、平面上的直線參數式	
	2. 平面向量的內積	2.1 內積與餘弦的關聯、正射線與高、柯西不等式 2.2 直線的法向量、點到直線的距離、兩向量垂直的判定	
	3. 面積與二階行列式	3.1 面積公式與二階行列式的定義與性質、兩向量平行的判定 3.2 兩直線幾何關係的代數判定、二階克拉瑪公式	

第二學年 數學 IV (線性代數)、4 學分

註：數學 IV 分為 A、B 兩版，B 版擴充了 A 版的內容，所增加的題材在課程綱要中以◎號區隔。因為該部分題材皆不在學測命題範圍內，所以下表中已移除。

主題	子題	內容	備註
一、空間向量	1. 空間概念	1.1 空間中兩直線、兩平面、及直線與平面的位置關係	1.1 僅作簡單的概念性介紹
	2. 空間向量的坐標表示法	2.1 空間坐標系：點坐標、距離公式 2.2 空間向量的加減法、係數乘法，線性組合	
	3. 空間向量的內積	3.1 內積與餘弦的關聯、正射線與高、柯西不等式、兩向量垂直的判定	
	4. 外積、體積與行列式	4.1 外積與正弦的關聯、兩向量所張出的平行四邊形面積	

主題	子題	內容	備註
二、空間中的平面與直線	1. 平面方程式 2. 空間直線方程式 3. 三元一次聯立方程組	1.1 平面的法向量、兩平面的夾角、點到平面的距離 2.1 直線的參數式、直線與平面的關係 3.1 消去法	
三、矩陣	1. 線性方程組與矩陣 2. 矩陣的運算 3. 矩陣的應用	1.1 高斯消去法（含矩陣的列運算） 2.1 矩陣的加法、純量乘法、乘法 3.1 二階轉移矩陣、二階反方陣	1.1 重點在於矩陣三角化的演算法
四、二次曲線	1. 拋物線 2. 橢圓 3. 雙曲線	1.1 拋物線標準式 2.1 橢圓標準式（含平移與伸縮） 3.1 雙曲線標準式（含平移與伸縮）	不含斜或退化的二次曲線；不含直線與二次曲線的關係（指弦與切線）；不含圓錐曲線的光學性質

陸 結 語

數學這一科早期總被認為是最難的、成績考出來最糟的科目，但近年不論是指考或者是學測，都有慢慢平反的味道，艱澀困難的技巧性題目慢慢隨著年代而消失，基本概念的考題及活用觀念的生活化試題變多了，教師們一定感受得到整個大考的風向與十多年前已經有所不同，再加上 108 課綱的到來，大考的命題趨勢很可能又是一個嶄新的開始，所以我們也得充實自己以調整教學步調，順應時代的潮流，讓學生能夠體會學習數學對未來的助益，在此與各位教師共勉之！

考前衝刺做就對了



模擬演練 全國高中歷屆模擬考試題彙編

科目：國文、英文、數學、自然考科、社會考科

特色：①精選全國高中歷屆模考試題，貼近大考趨勢

②解析含重點大考趨勢，精準編寫，無懈可擊

③大母群五標對照表，回回提供，練習後立馬見分曉

**WOW
獨家**

影音詳解（數學、物理、化學）

（搭配QRcode，難題一掃而空）



實戰演練 學測歷屆試題

科目：國文、英文、數學、自然考科、社會考科

特色：①收錄8~13年歷屆學測考題

②名師審訂、解題，題題詳盡

**WOW
獨家**

線上學測課程免費體驗30天

學測解題影片（掃描QRcode）

諸備戰力
勤練功！



翰林出版

HANLIN PUBLISHING CO., LTD.

升學領導品牌



產品封面以實際成書為準

輕鬆學習得高分

專攻學測 強試推薦

精準複習 不藏私



精準重點 ▶ 快速複習

科目 國文、英文、數學、物理、化學、生物、
歷史、地理、公民與社會、地球科學

特色 完整規劃 16~26 回週複習進度，符合大考命題趨勢
重點整理，彙整學測重要概念不漏缺

應考見招 提供「解題思路與作答技巧」

隨書附 分離式解答本
英、數 ⇨ 重點手冊



考前演練 ▶ 主題複習

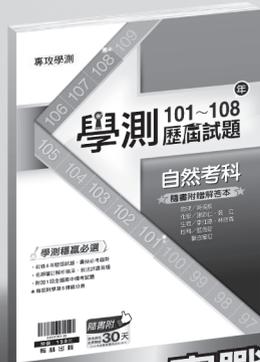
品項 贏戰學測週週練-國文、數學
學測主題週週練-生物

特色 基礎概念完整複習，學測必考重點、試題大集合

隨書附 解答本
數學 ⇨ 考前衝刺題本
生物 ⇨ 衝刺重點集



獨家 數學名師葉晉宏影音解析書中範例與歷屆試題



考前衝刺 ▶ 實戰演練

科目 國文、英文、數學、自然考科、社會考科

特色 收錄 8~13 年歷屆學測考題
名師審訂、解題，題題詳盡

隨書附 分離式解答本、學測 5 標級分表



獨家 線上學測課程免費體驗 30 天、學測解題影片





109學測

趨勢分析

數學考科



誠信·專業·效率·關懷

翰林出版 事業股份
有限公司